

Componentes cognitivos del sistema de aproximación numérica y la fluidez de cálculo en niños de educación primaria*

Cognitive Components of the Numerical Approximation System and Computational Fluency in Primary School Children

Recepción: 01 Julio 2018 | Aceptación: 02 Agosto 2019

MANUEL AGUILAR VILLAGRÁN

Universidad de Cádiz, España

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8887-7701>

ESTÍBALIZ ARAGÓN MENDIZÁBAL^a

Universidad de Cádiz, España

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0440-5705>

JOSÉ IGNACIO NAVARRO GUZMÁN

Universidad de Cádiz, España

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0738-2641>

^a Autor de correspondencia. Correo electrónico: estivaliz.aragon@uca.es

Para citar este artículo: Aguilar Villagrán, M., Aragón Mendizábal, E., & Navarro Guzmán, J. I. (2019). Componentes cognitivos del sistema de aproximación numérica y la fluidez de cálculo en niños de educación primaria. *Universitas Psychologica*, 18(3), 1-14. <https://doi.org/10.11144/Javeriana.upsy18-3.ccsa>

RESUMEN

En los últimos años, se ha investigado la relación existente entre los dos sistemas cognitivos que contribuyen al procesamiento de cantidades (el sistema de aproximación numérica (SAN) y el (SEN) sistema de exactitud numérica) y su influencia en el rendimiento y dificultades de aprendizaje de las matemáticas. En este estudio, se investiga la relación entre la precisión del SAN y el rendimiento matemático en una prueba de fluidez de cálculo simbólico en alumnado de segundo y tercer ciclo de educación primaria (3.º a 6.º). Un total de 229 estudiantes fueron evaluados con una prueba de precisión del SAN, consistente en una tarea de comparación no simbólica de cantidades y una prueba de fluidez de cálculo. Los resultados descriptivos se encuentran dentro de lo esperado con respecto al carácter evolutivo de las variables de estimación y fluidez de cálculo. El análisis correlacional mostró que existe una baja correlación entre fluidez de cálculo y comparación de magnitudes en 3.º ($p < 0.05$) que desapareció en cursos posteriores ($p > 0.05$).

Palabras clave

cognición numérica; fluidez de cálculo; fracción de Weber; SAN; educación primaria.

ABSTRACT

The relationship between the two cognitive systems that contribute to quantity processing (the Approximate Number System -ANS- and the Symbolic Number System -SNS-) and their influence on mathematical performance and learning difficulties has been investigated in recent years. This study investigates the relationship between SAN accuracy and mathematical performance in a symbolic calculus fluency test in second and third cycle primary school students (3rd to 6th grades). A total of 229 students were assessed with a SAN accuracy test, consisting of a non-symbolic comparison of quantities and a computational fluency test. The descriptive results are within what is expected with respect to the evolutionary character of the estimation and calculation fluidity variables.

The correlational analysis showed that there is a low correlation between calculation fluidity and comparison of magnitudes in third ($p < .05$) that disappeared in subsequent courses ($p > .05$).

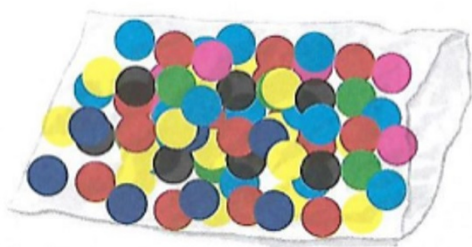
Keywords

numerical cognition; computational fluency; Weber's fraction; ANS; primary education.

Si nos presentan un conjunto de fichas como el que aparece en la Figura 1 y nos preguntan cuántas hay, tendríamos, como adultos educados en una cultura numérica, dos formas diferentes de acceder a la respuesta: podemos contar las fichas y dar una respuesta precisa (p. ej., "Hay exactamente 80 fichas") o podemos estimar el número de fichas sin tener que contar (p. ej., "Hay aproximadamente 90 fichas"). La capacidad de dar una respuesta precisa a esta pregunta depende de la capacidad de contar y aplicar las etiquetas lingüísticas correctas (según los principios del conteo de Gelman & Gallistel, 1978). Existe abundante investigación que muestra que tanto los adultos como los niños que han recibido instrucción, poseen estos dos sistemas para procesar y representar información numérica (Barth, Beckmann, & Spelke, 2008; Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004; Libertus, Feigenson, & Halberda, 2011).

Figura 1

¿Cuántas fichas hay en la figura? (Extraída de Ginsburg, Baroody, del Río, & Guerra, 2007).



Uno de los sistemas es conocido como sistema de exactitud numérica (SEN). Las habilidades matemáticas formales como contar, realizar operaciones exactas y otras relacionadas se aprenden a través de la cultura y la instrucción escolar, y se basan en la capacidad de entender y

manipular tanto símbolos como relaciones entre las palabras que designan los números y las cifras árabes (Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004). El desarrollo de estas habilidades lleva años de instrucción explícita. Tanto niños como adultos presentan diferencias en el dominio de estas habilidades matemáticas formales (Geary, 2004).

Por contra, la capacidad de estimar rápidamente una cantidad de objetos como el número de fichas mostrado en el montón de la Figura 1, es una habilidad básica que compartimos con muchos animales y se encuentra profundamente arraigada en nuestra historia evolutiva y ontogénica (Brannon, Jordan, & Jones, 2010; Libertus & Brannon, 2009). Recientemente, los psicólogos han propuesto la existencia de este sistema denominado de aproximación numérica (SAN), sistema cognitivo que nos permite representar y manipular información sobre números y cantidades de manera aproximada (Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001; Feigenson et al., 2004). Tanto en experimentos de laboratorio como en muchas decisiones espontáneas en la vida cotidiana, muestran que somos capaces de realizar estimaciones (Agrillo, Dadda, Serena, & Bisazza, 2008; Libertus & Brannon, 2010; Pica et al., 2004; Star & Rittle-Johnson, 2009; Xu & Spelke, 2000). La idea predominante, basada en estudios contrastados, es que las habilidades de estimación no están vinculadas a la lengua o a representaciones simbólicas. Los lactantes, los adultos y los animales son capaces de determinar aproximadamente cuántos ítems o elementos componen una colección, a menudo en menos de un segundo (Cantlon & Brannon, 2006; Halberda, Sires, & Feigenson, 2006; Hyde & Spelke, 2009; Libertus, Pruitt, Woldorff, & Brannon, 2009; Libertus, Woldorff, & Brannon, 2007; Nieder & Dehaene, 2009). Para algunos investigadores este sistema SAN formaría parte de nuestro sentido de los números (Berch, 2005).

Estas discriminaciones numéricas son dependientes de la proporción en que se presenten los estímulos y se ha comprobado que siguen la ley de Weber (Dehaene, 2003). Esto es, que la imprecisión de las representaciones numéricas en el SAN aumenta con números

más grandes (Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004); asimismo, discriminar cantidades o números que están muy separados es más fácil que discriminar cantidades que están más cerca. Por ejemplo, es más fácil ver que 10 es más que 5 (una ratio de 2) que ver que 10 es más que 9 (una ratio de 1.11). Se encuentran grandes diferencias individuales en la habilidad de las personas para hacer estas discriminaciones precisas (Halberda, Ly, Willmer, Naiman, & Germine, 2012; Halberda, Mazzocco, & Feigenson, 2008). Esta precisión se cuantifica a través de la fracción de Weber (w), y teóricamente corresponde a la cantidad de ruido en el SAN subyacente (Cordes, Gallistel, Gelman, & Latham, 2007; Halberda & Odic, 2014; Halberda et al., 2012; Piazza et al., 2004). Los estudios sugieren que la precisión en el SAN mejora bastante durante los primeros años infantiles (Libertus & Brannon, 2010; Lipton & Spelke, 2003; Xu & Spelke, 2000), alcanzando su máximo alrededor de los 30 años (Halberda & Feigenson, 2008; Odic, Libertus, Feigenson, & Halberda, 2013; Piazza et al., 2010).

Una de las líneas de investigación sobre la que existe discusión es si el SAN afecta el logro en matemáticas durante los años escolares (Lourenco & Bonny, 2017; Szkudlarek & Brannon, 2017). Dado que las representaciones simbólicas del número se asignan al SAN, se ha propuesto que este pueda desempeñar un papel en el aprendizaje y el rendimiento de las matemáticas. Por tanto, las diferencias de rendimiento en las tareas del SAN estarán relacionadas con las diferencias de rendimiento en las pruebas de matemáticas. Los estudios que han explorado esta relación han usado un rango de tareas para medir el SAN (i. e., comparaciones simbólicas o no simbólicas, sumas no simbólicas), utilizando tanto cantidades pequeñas (de 1 a 9) como grandes cantidades (hasta 70) y medidas de logro matemático que incluyen test estandarizados de matemáticas y otras basadas en el currículum o tareas con operaciones aritméticas simples.

Los resultados de varios estudios han apoyado la hipótesis de esta relación entre SAN y logro matemático. Tres meta-análisis han encontrado

una correlación significativa (Chen & Li, 2014; Fazio, Bailey, Thompson, & Siegler, 2014; Schneider et al., 2016). Sin embargo, otros trabajos no han encontrado esta relación o han obtenido resultados no consistentes (Castronovo & Göbel, 2012; Holloway & Ansari, 2009; Iuculano, Tang, Hall, & Butterworth, 2008; Lyons, Price, Vaessen, Blomert, & Ansari, 2014; Nosworthy, Bugden, Archibald, Evans, & Ansari, 2013; Price, Palmer, Battista, & Ansari, 2012; Sasanguie, Defever, Maertens, & Reynvoet, 2014), tema que se retoma más adelante.

Para explicar estos resultados, se ha sugerido que los dos sistemas estarían relacionados porque las habilidades de estimación podrían servir como una de las bases para la comprensión matemática, durante los primeros años de escolaridad (De Smedt, Verschaffel, & Ghesquiere, 2009; Holloway & Ansari, 2009; Libertus et al., 2011). Uno de los estudios más relevantes sobre este tópico es el de Halberda et al. (2008), que utilizando un diseño longitudinal, evaluaron las habilidades matemáticas de los participantes desde educación infantil hasta el sexto curso de educación primaria. Encontraron que la precisión del SAN medida a los 14 años de edad correlacionaba significativamente con el desempeño de las matemáticas escolares en educación infantil y en cada año escolar hasta dicha edad. Los autores destacan que esta relación es robusta incluso cuando se controlan otros factores como inteligencia general, habilidades espaciales y memoria de trabajo, sugiriendo una relación bastante específica entre el SAN y las habilidades matemáticas en los años escolares. Asimismo, Libertus et al. (2011) ampliaron este hallazgo, mostrando que este vínculo ya está presente en niños por debajo de los 6 años, antes de que comience la instrucción formal en matemáticas. Pruebas adicionales para investigar esta relación durante el período escolar, permiten evidenciar que la disminución de la precisión del SAN puede estar relacionada con la discalculia del desarrollo, que es una discapacidad severa de aprendizaje de las matemáticas, y no está ligada a déficits cognitivos generales (Desoete, Ceulemans, De

Weerdt, & Pieters, 2010; Mazzocco, Feigenson, & Halberda, 2011; Piazza et al., 2010).

Existe un debate en la investigación actual sobre los mecanismos que apoyarían la relación entre la precisión de SAN y las habilidades matemáticas de la escuela, durante la niñez. De las varias posiciones por las que se conduce la investigación, una plantea si esta relación podría residir en la presencia de una aritmética intuitiva en los niños (Gillmore, McCarthy, & Spelke, 2007, 2010); otra señala una correlación entre las relaciones ordinales del SAN y los símbolos numéricos (Lyons & Beilock, 2011) o más directamente en la adquisición de significados de símbolos numéricos y el acceso a esos significados (De Smedt et al., 2009; Holloway & Ansari, 2009; Rousselle & Noël, 2008; Sasanguie, De Smedt, Defever, & Reynvoet, 2012).

La pregunta de si el SAN sigue siendo relevante en el rendimiento matemático en los adultos es todavía más controvertida. Por ejemplo, DeWind y Brannon (2012) y Lyons y Beilock (2011) encontraron una correlación significativa entre la precisión SAN y el rendimiento formal de las matemáticas en los adultos, sin embargo, Inglis, Attridge, Batchelor y Gillmore (2011), Price et al. (2012) y Castronovo y Göbel (2012), por el contrario, indican que no se correlacionan. Estos últimos hallaron que la habilidad matemática de la escuela estaba significativamente relacionada con el error en las asignaciones de los adultos entre el SAN y las palabras numéricas (las etiquetas verbales de los números), pero que no existe tal relación para tareas más simples de discriminación del SAN. La importancia de la precisión de la correspondencia entre el SAN y los símbolos numéricos para predecir el rendimiento de las matemáticas ha sido destacada en diferentes estudios (Booth & Siegler, 2006; Holloway & Ansari, 2009; Lyons & Beilock, 2011; Mundy & Gillmore, 2009).

La interpretación de estos resultados se hace difícil porque en los estudios se usan diferentes métodos experimentales. Price et al. (2012) señalan que al emplear distintos parámetros experimentales, se muestran diferentes estimaciones de precisión SAN. Mientras en ninguno de los procedimientos

utilizados para evaluar el SAN se encontró correlación significativa entre la precisión SAN y el desempeño matemático en adultos, en todas las correlaciones se observó una peor precisión del SAN en relación con el rendimiento escolar. La magnitud de las relaciones encontradas por Price y sus colegas (p. ej., $r = -0.28$) es similar a significativos resultados anteriores (Halberda et al., 2008). Asimismo, cuando se corrige la baja fiabilidad de las estimaciones ($r = 0.44$) a través de un sistema de corrección (Schmidt & Hunter, 1996), se evidencia una correlación significativa entre precisión SAN y rendimiento en matemáticas escolares ($r = -0.35$). Parece que el estado actual de la investigación sugiere una confianza relativamente alta en la existencia de esta relación, que se puede comprobar en los escolares, y que también se observa consistentemente cuando las tareas requieren acceder al significado de los símbolos numéricos para realizar operaciones aritméticas.

Teniendo en cuenta estas controversias en la investigación contemporánea, en este estudio se pretendió hacer una contribución a la investigación en este campo. El objetivo fue investigar la relación entre la precisión del SAN y el rendimiento matemático en una prueba de fluidez de cálculo simbólica, en alumnado de segundo y tercer ciclo de educación primaria. Con este fin, se evaluaron estudiantes en una prueba de precisión del SAN, consistente en una tarea de comparación no simbólica de cantidades, similar a la empleada por Halberda et al. (2008). Se planteó la hipótesis de que el rendimiento de los participantes en la prueba correlacionaría con una medida de la fluidez de cálculo.

Método

Diseño

Se llevó a cabo un diseño transversal y correlacional.

Participantes

Un total de 229 alumnos/as de 3.º a 6.º de educación primaria ($M_{\text{edad}} = 123.54$ meses; $DE = 14.22$; 89 niñas y 140 niños) participaron en este estudio, todos pertenecían a un colegio público de una ciudad de unos 125.000 habitantes, situado en una zona de nivel socioeconómico medio. La distribución por curso y género se presenta en la Tabla 1. La aplicación de las pruebas se realizó en el mes de mayo de 2016, previo consentimiento informado de los padres para la participación en el estudio.

Tabla 1

Distribución de los participantes por cursos y género

Ciclo	Curso	Niños	Niñas	Total	Total ciclo
Primer ciclo	3.º	43	19	62	135
	4.º	43	30	73	
Segundo ciclo	5.º	23	24	47	94
	6.º	31	16	47	

Instrumentos

Evaluación de la precisión del Sistema de Aproximación Numérica (SAN)

Para medir la precisión que cada estudiante tiene de su SAN, se administró una tarea estándar de discriminación de cantidades diseñada por Halberda et al. (2008). A los participantes, se les dijo que verían brevemente muestras de puntos azules y amarillos en una pantalla grande proyectados en la parte delantera del aula. La tarea consistía en anotar, en cada ensayo, si había más puntos azules o más amarillos. Cada matriz de estímulo se presentó durante 500 milisegundos, controlados por ordenador. Antes de iniciar la tarea, recibieron cuatro ensayos durante los cuales se pidió a toda la clase que dijera en voz alta su respuesta. Posteriormente, hubo 60 ensayos en los que los alumnos fueron instruidos para escribir su respuesta en una hoja prevista para el efecto. Cada prueba comenzó aproximadamente dos segundos después de la anterior y la evaluación completa duró aproximadamente cinco minutos. Para variar la

dificultad de la tarea, la relación entre los puntos azules y amarillos fue manipulada a través de los ensayos. Las proporciones variaban desde una relación de 2 fácil (24:12 puntos) hasta la muy difícil 1.05 (18:17 puntos). El conjunto completo de razones usadas fue: 2, 1.5, 1.33, 1.25, 1.16, 1.14, 1.1, 1.09, 1.07 y 1.05 con seis ensayos para cada proporción, variando la relación de ensayo a ensayo. En la mitad de los ensayos, la respuesta correcta fue amarilla, en la otra mitad, fue azul. Los dos conjuntos de puntos se presentaban separados a ambos lados de la pantalla (Figura 2) ¹.

Figura 2

Ejemplo de ítem usado para la evaluación del sistema de aproximación numérica.



Para controlar los aspectos perceptivos de los estímulos que podrían covariar con el número de puntos, en la mitad de los ensayos, el conjunto numéricamente mayor también fue mayor en superficie acumulada (ensayos correlacionados), por lo tanto, si aparecieron dos veces más puntos amarillos, también hubo dos veces más píxeles amarillos. Los estudiantes podrían haber sido capaces de basar su respuesta en la cantidad de píxeles en lugar del número de puntos. En la otra mitad de los ensayos, el conjunto numéricamente mayor fue menor en el área de superficie acumulada (ensayos sin correlación). Por lo tanto, si había dos veces tantos puntos amarillos, había dos veces tantos píxeles azules (es decir, puntos azules más grandes). En estos ensayos, la respuesta basada en la cantidad de píxeles daría la respuesta equivocada. Este método asegura que solo una respuesta basada en

el número de puntos puede dar consistentemente la respuesta correcta en cada ensayo, que aliente a los estudiantes a sustentar sus respuestas solo en el número.

Evaluación de la velocidad de procesamiento

Se empleó el subtest claves B de la Escala de Inteligencia Wechsler para niños IV ([WISCIV]; Wechsler, 2005). En la tarea, el sujeto debe completar, con los símbolos adecuados, los dígitos que se le presentan en un tiempo límite de dos minutos. Evalúa velocidad de procesamiento, entre otras habilidades tales como destreza y coordinación psicomotora, memoria visual a corto plazo y capacidad de aprendizaje asociativo. El α de Cronbach para esta prueba fue de 0.89.

Evaluación de la fluidez de cálculo

Se aplicó un subtest de la versión española de la prueba de papel y lápiz de Woodcock-Johnson III (WJ-III) Achievement (ACH) validada por Diamantopoulou, Pina, Valero-García, González-Salinas y Fuentes (2012). El participante debe resolver un máximo de 160 operaciones de sumas, restas y multiplicaciones mezcladas durante un periodo límite de tres minutos. Un deficiente rendimiento en este subtest sugiere una limitación o falta de automatización en una destreza matemática básica. Presenta una consistencia interna excelente, con un α de Cronbach de 0.9. Se utilizó la suma de las puntuaciones como una medida de fluidez: puntuaciones mayores indican un mejor rendimiento.

Procedimiento

Las tres tareas se administraron de forma colectiva y aleatoria, en el aula habitual, durante una sesión programada sin previo aviso al alumnado. Hubo grupos de alumnos que comenzaron con las pruebas de fluidez, otros con claves y, en algunos casos, completaron la evaluación del SAN como primer test. Antes

de empezar, se les comunicó que las tareas que iban a realizar no tenían nada que ver con exámenes o evaluación académica y se estableció un buen *rapport* con los alumnos de forma que su motivación para la realización de las pruebas fuera satisfactoria. Se obtuvo el consentimiento informado de padres, dirección y profesores de los colegios implicados en el estudio.

Análisis estadísticos

Para el análisis de los datos, se empleó el paquete estadístico SPSS versión 22. Por un lado, se realizaron análisis descriptivos de los datos y, por otro, se calcularon una serie de correlaciones de Pearson para examinar las relaciones bivariadas entre la medida de fluidez de cálculo, la comparación no simbólica, la fracción de Weber y la prueba de claves del WISC.

Resultados

En este trabajo, se persiguió el objetivo de establecer relaciones entre el SAN y el rendimiento matemático, tratando de aportar evidencia a la controversia existente en la investigación actual sobre los vínculos entre uno y otro aspecto. Los participantes a los que no les fue posible valorar su fracción de Weber fueron eliminados de los análisis. En este caso los que hubiesen contestado un determinado número de ítems al azar en la prueba de comparación no simbólica eran detectados y la hoja de cálculo estaba programada para no aplicar la fracción de Weber (Tabla 2).

Tabla 2

Estadísticos descriptivos para las variables de comparación no simbólica, fracción de Weber, eficacia en fluidez de cálculo y velocidad de procesamiento

Variables	3.º (n=62) Media (DE)	4.º (n=73) Media (DE)	5.º (n=47) Media (DE)	6.º (n=47) Media (DE)
Aciertos en comparación no simbólica	39.67 (3.58)	38.96 (4.51)	42.87 (3.98)	42.35 (3.55)
Fracción de Weber	0.3 (0.107)	0.376 (0.189)	0.216 (0.091)	0.244 (0.12)
Eficacia en fluidez de cálculo (A-E)	47.5 (16.81)	52.3 (11.71)	70.21 (19.24)	86.9 (18.63)
Claves (Velocidad de procesamiento)	39.14 (9.11)	39.9 (7.28)	50.8 (8.23)	54.33 (8.47)

Como se indica en la Tabla 1, los resultados son muy similares entre los cursos del mismo ciclo (3.º y 4.º, por un lado, 5.º y 6.º, por el otro), pero se observa un avance importante, especialmente en la transición del segundo al tercer ciclo. Con respecto a las correlaciones, se llevaron a cabo inicialmente con el total de la muestra (Tabla 3). Los resultados indican la existencia de correlaciones entre las cuatro variables tomadas en cuenta para el estudio. Con la finalidad de analizar cómo fluctúa la relación de las variables en función del nivel madurativo de los alumnos, se llevó a cabo un análisis pormenorizado de las correlaciones en función del curso escolar.

Tabla 3

Correlaciones entre las variables objeto de estudio en el total de muestra

Variables	1	2	3
1. Comparación no simbólica			
2. Fracción de Weber	-0.802**		
3. Fluidez de cálculo	0.284**	-0.316**	
4. Claves	0.281**	-0.282**	0.663**

* $p < 0.05$. ** $p < 0.01$.

Tabla 4

Correlaciones para las variables objeto de estudio en tercer curso

Variables	1	2	3
1. Comparación no simbólica			
2. Fracción de Weber	-0.794**		
3. Fluidez de cálculo	0.282*	-0.447**	
4. Claves	0.127	-0.032	0.484**

* $p < 0.05$. ** $p < 0.01$.

En tercer curso (Tabla 4), se observa cómo la fluidez de cálculo correlaciona de manera significativa con la fracción de Weber y los aciertos en comparación simbólica, mostrando

una relación entre dichas variables. Asimismo, la velocidad de procesamiento señala una correlación alta y significativa con la fluidez de cálculo.

Tabla 5

Correlaciones para las variables objeto de estudio en cuarto curso

Variables	1	2	3
1. Comparación no simbólica			
2. Fracción de Weber	-0.872**		
3. Fluidez de cálculo	0.102	-0.064	
4. Claves	0.039	-0.037	0.465**

* $p < 0.05$ ** $p < 0.01$

Sin embargo, en cuarto curso (Tabla 5), la correlación existente entre la fracción de Weber y los aciertos en comparación simbólica se ve incrementada, probablemente debido a la mejora en la precisión, pero la correlación de ambas variables en relación con la fluidez de cálculo desaparece. Finalmente, se mantiene la correlación existente entre la fluidez de cálculo y la velocidad de procesamiento.

Tabla 6

Correlaciones para las variables objeto de estudio en quinto curso

Variables	1	2	3
1. Comparación no simbólica			
2. Fracción de Weber	-0.841**		
3. Fluidez de cálculo	0.041	-0.05	
4. Claves	0.152	-0.139	0.549**

* $p < 0.05$ ** $p < 0.01$

En la Tabla 6, se puede observar cómo las correlaciones se mantienen en la línea de los resultados de cuarto curso.

Tabla 7

Correlaciones para las variables objeto de estudio en sexto curso

Variables	1	2	3
1. Comparación no simbólica			
2. Fracción de Weber	-0.51**		
3. Fluidez de cálculo	0.196	-0.261	
4. Claves	0.21	-0.306*	0.287

* $p < 0.05$. ** $p < 0.01$.

En el último curso de educación primaria (Tabla 7), los resultados muestran que la correlación entre la fracción de Weber y los

aciertos se ve disminuida, y comienza a surgir una correlación entre dicha precisión y velocidad de procesamiento. Los datos dan a entender que los niños se vuelven más precisos al desarrollar otras habilidades cognitivas asociadas. Sin embargo, esta última deja de correlacionar con la fluidez de cálculo, posiblemente porque en 6.º curso los alumnos afrontan los cálculos como hechos numéricos recurriendo a su MLP y no tanto a la velocidad para procesar las cantidades.

Discusión y conclusiones

El presente trabajo se sitúa en la línea de los estudios que consideran que el sistema de exactitud numérica (SEN) es independiente del sistema de aproximación numérica (SAN), si bien ambos se encuentran íntimamente relacionados. El objetivo del trabajo fue estudiar el tipo de relación existente entre ambos sistemas numéricos a través de la evaluación de alumnado en segundo y tercer ciclo de Educación Primaria, mediante una prueba de comparación de magnitudes (evaluación del SAN) y una prueba de fluidez de cálculo escrito (evaluación del SEN). Dicha evaluación se llevó a cabo con el fin de analizar la existencia de un vínculo entre ambas variables estudiadas y su evolución a lo largo de la escolarización. En relación con el tipo de instrumentos de evaluación destinados a valorar ambos sistemas, se consideró una tercera variable que podía estar implicada en el desempeño, la velocidad de procesamiento, calculada a través de la prueba de claves del WISC-IV.

Los resultados se encontraron dentro de lo esperado con respecto al carácter evolutivo de las variables estudiadas. Analizando de manera aislada los estadísticos descriptivos, los resultados obtenidos arrojaron luz acerca de la progresión del alumnado con respecto a la fluidez de cálculo en segundo y tercer ciclo de Educación Primaria. Como era de esperar, el incremento de la eficacia fue progresivo conforme aumentaba la edad, con un crecimiento que fue aumentando considerablemente (von Hagen, Cuadro, & Giloca, 2017). El desempeño en la tarea de

comparaciones mostró un patrón diferente de modo que, en segundo ciclo de educación primaria, los valores obtenidos fueron similares, apareciendo un incremento de cuatro puntos con respecto al tercer ciclo en aciertos en comparación numérica, y una disminución en la fracción de weber ($w < 0.3$) en el tercer ciclo. La fracción de weber ($w = 0.11$) se va aproximando a los valores que aparecen en los adultos (Halberda et al., 2008). Asimismo, la velocidad de procesamiento siguió un patrón similar en la que el alumnado aumentó su desempeño con la edad (Fonseca-Estupiñan, Rodríguez-Barreto, & Parra-Pulido, 2016; Pinel, 2009).

Con respecto a las relaciones entre las variables, se llevó a cabo un análisis correlacional en función del curso académico, con el fin de estudiar si se iba incrementando la correlación o si, por el contrario, decrecía o incluso disminuía. Los resultados hallados mostraron que existe una baja correlación entre fluidez de cálculo y comparación de magnitudes en tercero ($p < 0.05$) que desapareció en cursos posteriores ($p > 0.05$).

Hay investigadores que consideran el SAN como una de las bases de tipo cognitivo que influyen en el aprendizaje y el desarrollo del conocimiento matemático simbólico (Lourenco & Bonny, 2017; Park & Brannon, 2013; Piazza et al., 2010). Asimismo, existen estudios que muestran una relación entre el SAN y los cálculos de tipo simbólico en niños. Gilmore et al. (2010) mostraron que las habilidades numéricas simbólicas y no simbólicas se encontraban relacionadas en niños de Educación Infantil y que variaba en función de la situación socioeconómica de los estudiantes. Nuestros resultados señalan una correlación significativa ($r = -0.316$; $p < 0.001$) entre el SAN, evaluado con la fracción de Weber y la fluidez de cálculo cuando se considera la muestra completa. Sin embargo, cuando estas correlaciones se consideran por cursos académicos, se observó una disminución conforme se avanza de nivel (en 3.º, $r = -0.447$; $p < 0.001$; y en 6.º, $r = -0.261$; $p > 0.05$). Estos resultados confirman hallazgos similares de otros estudios (Holloway & Ansari,

2009; Iuculano et al., 2008; Lyons et al., 2014; Nosworthy, et al., 2013; Sasanguie et al., 2014) que son discrepantes con la correlación entre SAN y habilidades matemáticas. Los resultados discordantes también pueden estar motivados por la diversidad de mediciones utilizadas al definir qué son las matemáticas simbólicas (Szkudlarek & Brannon, 2017). Es poco probable que todas las habilidades matemáticas simbólicas estén correlacionadas con la precisión en el SAN. Cuando los investigadores se refieren a las matemáticas, pueden estar refiriéndose a numerosos tipos de contenidos matemáticos y por lo general, estos tipos se presentan mezclados en una prueba estandarizada, como es el test TEMA-3 (Ginsburg et al., 2007). Por ello, nuestros resultados deben limitarse a las relaciones entre el SAN y la fluidez de cálculo, que es un subconjunto de las destrezas matemáticas. Con un diseño longitudinal, Töll, Van Viersen, Kroesbergen, & Van Luit (2015) encontraron que el desarrollo en la habilidad del SAN, medido con tareas de comparación no simbólica, fue un predictor de la fluidez matemática de los hechos aritméticos en el primer curso, lo que sugiere que la capacidad de SAN es muy importante para la aritmética temprana. Sin embargo, las habilidades de comparación simbólica eran mejor predictor de habilidades tales como la resolución de problemas aritméticos verbales. Estos hallazgos enfatizan la complejidad de la interacción entre las habilidades matemáticas simbólicas y no simbólicas, durante el comienzo del entrenamiento formal.

Asimismo, diversos trabajos demuestran incluso cómo el entrenamiento de aspectos de tipo no simbólico, puede mejorar el aprendizaje simbólico formal en niños menores de nueve años (Park & Brannon, 2013; Wilson, Revkin, Cohen, Cohen, & Dehaene, 2006). En el estudio de Lyons et al. (2014) no se encontró evidencia de que el procesamiento no simbólico fuese predictor único de la habilidad aritmética entre 1.º y 6.º curso de primaria. Lyons et al. (2014) indican que la importancia del SAN en tareas de tipo aritmético se encuentra eclipsada en virtud de otras habilidades numéricas y

cognitivas básicas. En consecuencia, es lógico pensar que conforme avance la edad, el conocimiento y estrategias matemáticas serán más sofisticadas y las habilidades matemáticas básicas se consolidarán en todos los niños, llegando a ser un aspecto de poca relevancia en las diferencias de desempeño aritmético (Nosworthy et al., 2013).

Por otro lado, es interesante analizar la relación existente entre la velocidad de procesamiento y el desempeño en fluidez de cálculo. Como hemos mencionado previamente, se comprueba que con el tiempo el cálculo se vuelve más eficaz. Este resultado puede deberse al desarrollo de otras habilidades cognitivas asociadas. Posiblemente, porque en 6.º curso los alumnos afrontan muchas de las operaciones sencillas como hechos numéricos, recurriendo a su memoria a largo plazo (Van Daal, Van der Leij, & Adèr, 2013; van der Sluis, de Jong, & van der Leij, 2007), haciéndose mucho menos relevante la velocidad para procesar las cantidades (Iglesias-Sarmiento & Deaño, 2011).

Con respecto a líneas futuras que quedan abiertas en la investigación, teniendo en cuenta los resultados obtenidos, parece conveniente evaluar otras variables que podrían estar relacionadas con los factores estudiados, como por ejemplo los distintos tipos de memoria (a corto plazo, a largo plazo y memoria de trabajo), así como establecer unas medidas de control de inteligencia fluida (factor g) y desarrollo del lenguaje, que pudieran estar jugando un papel relevante en la ejecución matemática del alumnado que se evaluó.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente financiado por el proyecto del MINECO/FEDER referencia PSI2015-63856-P.

Referencias

Agrillo, C., Dadda, M., Serena, G., & Bisazza, A. (2008). Do fish count? Spontaneous discrimination of quantity in female

- mosquitofish. *Animal Cognition*, 11(3), 495-503. <https://doi.org/10.1007/s10071-008-0140-9>
- Barth, H., Beckmann, L., & Spelke, E. S. (2008). Nonsymbolic, approximate arithmetic in children: Abstract addition prior to instruction. *Developmental Psychology*, 44(5), 1466-1477. <https://doi.org/10.1037/a0013046>
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 38(4), 333-339. <https://doi.org/10.1177/00222194050380040901>
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Developmental Psychology*, 42, 189-201. <http://doi.org/10.1037/0012-1649.41.6.189>
- Brannon, E. M., Jordan, K. E., & Jones, S. M. (2010). Behavioral signatures of numerical discrimination. En M. L. Platt & A. A. Ghazanfar (Eds.), *Primate neuroethology* (pp. 144-159). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Cantlon, J. F., & Brannon, E. M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological Science*, 17, 401-406. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01719.x>
- Castronovo, J., & Göbel, S. M. (2012). Impact of high mathematics education on the number sense. *PLoS ONE*, 7(4), e33832. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0033832>
- Chen, Q., & Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, 148, 163-172. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016>
- Cordes, S., Gallistel, C. R., Gelman, R., & Latham, P. (2007). Nonverbal arithmetic in humans: Light from noise. *Attention, Perception, & Psychophysics*, 69(7), 1185-1203. <https://doi.org/10.3758/BF03193955>
- Cordes, S., Gelman, R., Gallistel, C. R., & Whalen, J. (2001). Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic Bulletin and Review*, 8, 698-707. <https://doi.org/10.3758/BF03196206>
- De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquiere, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469-479. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.010>
- DeWind, N. K., & Brannon, E. M. (2012). Malleability of the approximate number system: Effects of feedback and training. *Frontiers in Human Neuroscience*, 6. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2012.00068>
- Dehaene, S. (2003). The neural basis for the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(4), 145-147. [https://doi.org/10.1016/s1364-6613\(03\)00055-x](https://doi.org/10.1016/s1364-6613(03)00055-x)
- Desoete, A., Ceulemans, A., De Weerd, F., & Pieters, S. (2010). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study: Mathematical learning disabilities in kindergarten. *British Journal of Educational Psychology*, 82(1), 64-81. <https://doi.org/10.1348/2044-8279.002002>
- Diamantopoulou, S., Pina, V., Valero-García, A. V., González-Salinas, C., & Fuentes, L. J. (2012). Validation of the Spanish version of the Woodcock Johnson mathematics achievement tests for children aged six to thirteen. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 30, 466-477. <https://doi.org/10.1177/0734282912437531>
- Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., & Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53-72. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.01.013>
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive*

- Sciences*, 8, 307–314. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37(1), 4–15. <https://doi.org/10.1177/00222194040370010201>
- Fonseca-Estupiñan, G. P., Rodríguez-Barreto, L. C., & Parra-Pulido, J. H. (2016). Relación entre funciones ejecutivas y rendimiento académico por asignaturas en escolares de 6 a 12 años. *Revista hacia la Promoción de la Salud*, 21(2). <https://doi.org/10.17151/hpsa.1.2016.21.2.4>
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic without instruction. *Nature*, 447, 589–591. <https://doi.org/10.1038/nature05850>
- Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115(3), 394–406. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.02.002>
- Ginsburg, H., Baroody, A. J., del Río, M. C. N., & Guerra, I. L. (2007). *Tema-3: test de competencia matemática básica*. Madrid: Tea.
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the “number sense”: The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology*, 44(5), 1457–1465. <https://doi.org/10.1037/a0012682>
- Halberda, J., Ly, R., Wilmer, J. B., Naiman, D. Q., & Germine, L. (2012). Number sense across the lifespan as revealed by a massive Internet-based sample. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(28), 11116–11120. <https://doi.org/10.1073/pnas.1200196109>
- Halberda, J., Mazzocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455(7213), 665–668. <https://doi.org/10.1038/nature07246>
- Halberda, J., & Odic, D. (2014). The precision and internal confidence of our approximate number thoughts. En D. C. Geary, D. Berch & K. Koepke (Eds.), *Evolutionary origins and early development of number processing* (pp. 305–333). Londres: Academic Press.
- Halberda, J., Sires, S. F., & Feigenson, L. (2006). Multiple spatially overlapping sets can be enumerated in parallel. *Psychological Science*, 17(7), 572–576. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.2006.01746.x>
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: The numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103(1), 17–29. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.04.001>
- Hyde, C., & Spelke, E. S. (2009). All numbers are not equal: An electrophysiological investigation of small and large number representations. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21(6), 1039–1053. <https://doi.org/10.1162/jocn.2009.21090>
- Iglesias-Sarmiento, V., & Deaño, M. (2011). Cognitive processing and mathematical achievement: A study with schoolchildren between fourth and sixth grade of primary education. *Journal of Learning Disabilities*, 44(6), 570–583. <https://doi.org/10.1177/0022219411400749>
- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(6), 1222–1229. <https://doi.org/10.3758/s13423-011-0154-1>
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W. B., & Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Developmental Science*, 11(5), 669–680. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00716.x>
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2009). Behavioral and neural basis of number sense in infancy: Number sense in infancy.

- Current Directions in Psychological Science*, 18(6), 346-351. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8721.2009.01665.x>
- Libertus, M. E., & Brannon, E. M. (2010). Stable individual differences in number discrimination in infancy: Number discrimination in infants. *Developmental Science*, 13(6), 900-906. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2009.00948.x>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the Approximate Number System correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14(6), 1292-1300. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x>
- Libertus, M. E., Pruitt, L. B., Woldorff, M. G., & Brannon, E. M. (2009). Induced alpha-band oscillations reflect ratio-dependent number discrimination in the infant brain. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21(12), 2398-2406. <https://doi.org/10.1162/jocn.2008.21162>
- Libertus, M. E., Woldorff, M. G., & Brannon, E. M. (2007). Electrophysiological evidence for notation independence in numerical processing. *Behavioral and Brain Functions*, 3(1), 1. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-3-1>
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense. Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14(5), 396-401. <https://doi.org/10.1111/1467-9280.01453>
- Lourenco, S. F., & Bonny, J. W. (2017). Representations of numerical and non-numerical magnitude both contribute to mathematical competence in children. *Developmental Science*, 20, e12418. <https://doi.org/10.1111/desc.12418>
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition*, 121, 256-261. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.07.009>
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Developmental Science*, 17(5), 714-726. <https://doi.org/10.1111/desc.12152>
- Mazzocco, M. M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia): Impaired numerical acuity contributes to MLD. *Child Development*, 82(4), 1224-1237. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x>
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annual Review of Neuroscience*, 32, 185-208. <https://doi.org/10.1146/annurev.neuro.051508.135550>
- Nosworthy, N., Bugden, S., Archibald, L., Evans, B., & Ansari, D. (2013). A two-minute paper-and-pencil test of symbolic and nonsymbolic numerical magnitude processing explains variability in primary school children's arithmetic competence. *PLoS ONE*, 8(7), e67918. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0067918>
- Mundy, E., & Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 490-502. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.02.003>
- Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental change in the acuity of approximate number and area representations. *Developmental Psychology*, 49(6), 1103-1112. <https://doi.org/10.1037/a0029472>
- Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the Approximate Number System improves math proficiency. *Psychological Science*, 24(10), 2013-2019. <https://doi.org/10.1177/0956797613482944>
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., ... Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.03.012>

- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44(3), 547-555. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2004.10.014>
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306(5695), 499-503. <https://doi.org/10.1126/science.1102085>
- Pinel, J. P. (2009). *Biopsychology*. Nueva York: Pearson.
- Price, G. R., Palmer, D., Battista, C., & Ansari, D. (2012). Nonsymbolic numerical magnitude comparison: Reliability and validity of different task variants and outcome measures, and their relationship to arithmetic achievement in adults. *Acta Psychologica*, 140, 50-57. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2012.02.008>
- Rousselle, L., & Noël, M. -P. (2008). The development of automatic numerosity processing in preschoolers: Evidence for numerosity-perceptual interference. *Developmental Psychology*, 44(2), 544-560. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.44.2.544>
- Sasanguie, D., De Smedt, B., Defever, E., & Reynvoet, B. (2012). Association between basic numerical abilities and mathematics achievement. *British Journal of Developmental Psychology*, 30, 344-357. <https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.2011.02048.x>
- Sasanguie, D., Defever, E., Maertens, B., & Reynvoet, B. (2014). The approximate number system is not predictive for symbolic number processing in kindergarteners. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 67(2), 271-280. <https://doi.org/10.1080/17470218.2013.803581>
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2016). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science*, 20(3), e12372. <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Schmidt, F. L., & Hunter, J. E. (1996). Measurement error in psychological research: Lessons from 26 research scenarios. *Psychological Methods*, 1(2), 199-223. <https://doi.org/10.1037/1082-989X.1.2.199>
- Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2009). It pays to compare: An experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102, 408-426. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.11.004>
- Szkudlarek, E., & Brannon, E. M. (2017). Does the Approximate Number System serve as a foundation for symbolic mathematics? *Language Learning and Development*, 13(2), 171-190. <https://doi.org/10.1080/15475441.2016.1263573>
- Toll, S. W., Van Viersen, S., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. (2015). The development of (non-) symbolic comparison skills throughout kindergarten and their relations with basic mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, 38, 10-17. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.12.006>
- Van Daal, V., Van der Leij, A., & Adèr, H. (2013). Specificity and overlap in skills underpinning reading and arithmetical fluency. *Reading and Writing*, 26, 1009-1030. <https://doi.org/10.1007/s11145-012-9404-5>
- Van der Sluis, S., de Jong, P. F., & van der Leij, A. (2007). Executive functioning in children, and its relations with reasoning, reading, and arithmetic. *Intelligence*, 35, 427-449. <https://doi.org/10.1016/j.intell.2006.09.001>
- von Hagen, A., Cuadro, A., & Giloca, V. (2017). La construcción de hechos numéricos básicos: incidencia del sexo, curso y nivel socioeconómico del alumno. *Ciencias Psicológicas*, 11(2), 67-76. <https://doi.org/10.22235/cp.v11i2.1348>
- Wechsler, D. (2005). *Escala de inteligencia de Wechsler para niños-IV*. Madrid: TEA.

- Wilson, A. J., Revkin, S. K., Cohen, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2006). An open trial assessment of “The Number Race”, an adaptive computer game for remediation of dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 2, 20. <https://doi.org/10.1186/1744-9081-2-20>
- Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1–B11. [https://doi.org/10.1016/S0010-0277\(99\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0010-0277(99)00066-9)

Notas

- * Artículo de investigación.
- 1 Los materiales y las instrucciones usados en este estudio están disponibles para su descarga y uso gratuito en <http://www.pana.math.org>